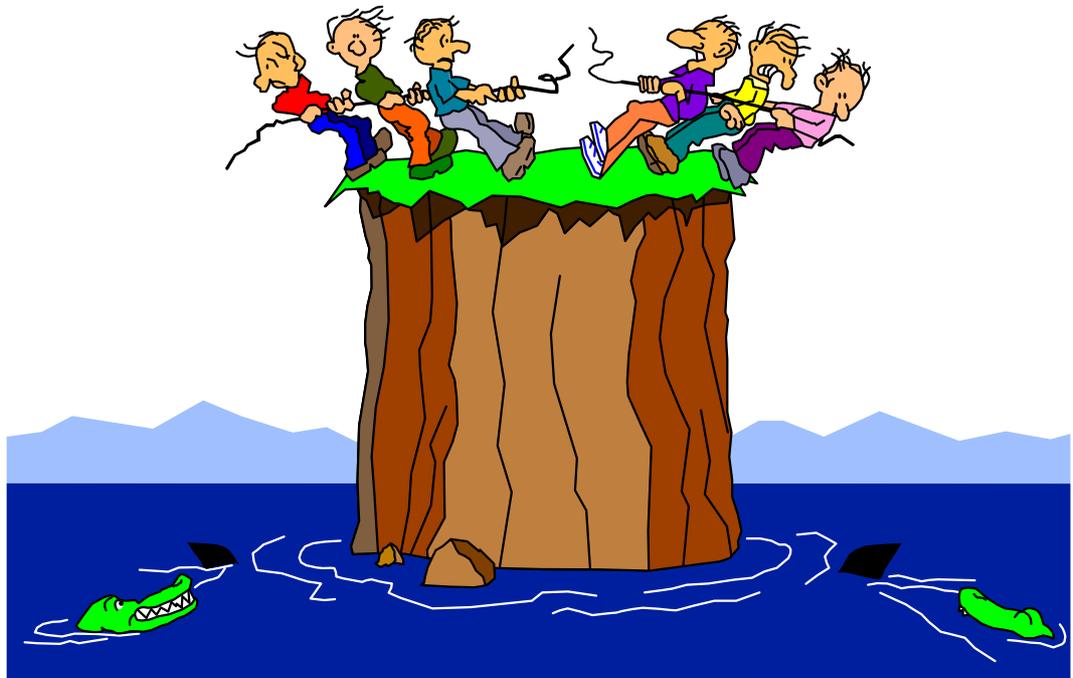


RECURSOS PARA EL AULA

100 problemas



matemáticos

Germán Bernabeu Soria

100 Problemas matemáticos

Autor:

Germán Bernabeu Soria

Edita:

CEFIRE de ELDA

C/. San Crispín, 14

Telf. 965.39.46.39 Fax. 966.98.00.36

E-mail: 03402061@centres.cult.gva.es

03600 ELDA

I.S.B.N.: 84-699-6312-0

Imprime:

GRAFIBEL 2010 S.L.

C/. Padre Mariana, 15 - bajos

Telf. 965.20.48.92

03004 ALICANTE

*¡Cómo es posible que la
matemática, un producto
del pensamiento humano
independiente de la
experiencia, se adapte tan
admirablemente a los
objetos de la realidad!*

Albert Einstein

INDICE

	Página
Prólogo	9
Introducción	11
¿Qué pasa con las matemáticas?	13
Las matemáticas en nuestro país.	13
La resolución de problemas	16
Pero, ¿qué es un problema?	17
Los alumnos frente a los problemas.	18
Problemas y ejercicios	20
 Problemas:	
1 La botella de Cola	23
2 La habitación de mi casa	24
3 Los coches.	25
4 El torneo de tenis	26
5 Cómo expresarlo	27
6 Blancas y negras	28
7 La reunión.	29
8 Comprando libros	30
9 ¿Cuánto es?	31
10 Escaleras.	32
11 La hucha.	33
12 Chicos y chicas	34
13 El nadador.	35
14 ¿Cuánto dinero tengo?	36
15 El gato y el ratón	37
16 Los cuatro cuatros	38
17 Los tres amigos	39
18 El circuito	40
19 Triángulos.	41
20 El recibo del agua	42
21 Angulos rectos.	43
22 La foto y el marco	44
23 Iván el perezoso	45
24 Cifras y letras	46
25 El descuento y el IVA.	47
26 El banco	48
27 Mantener la distancia.	49
28 Cajas	50
29 El balón	51
30 Al revés	52
31 Salto del caballo.	53
32 Los tres cofres	54

33 Cita en el desierto	55
34 Una suma un poco larga	56
35 Entre dos ciudades	57
36 El centro del círculo	58
37 El 37	59
38 En vacaciones	60
39 La caída de una piedra	61
40 La matrícula del coche	62
41 Un problema diofántico	63
42 De cuadrados mágicos I	64
43 De cuadrados mágicos II	65
44 El melón	66
45 Caminos	67
46 Lllaman a la puerta	68
47 Los maridos celosos	69
48 Ida y vuelta	70
49 Inscripción	71
50 Números curiosos	72
51 Partir un número	73
52 El campo	74
53 Edades	75
54 El granjero y el caballo	76
55 Los soldados romanos	77
56 El restaurante chino	78
57 Por 5.000 pesetas	79
58 Las vacas	80
59 Los conejos	81
60 Tres monedas	82
61 Los intermediarios	83
62 Midiendo el agua	84
63 ¿Quieres mil pesetas?	85
64 El rebaño de ovejas	86
65 El cuaderno	87
66 La cesta de huevos	88
67 Tres obreros	89
68 Las pesadas	90
69 El padre, el hijo y el caballo	91
70 El joven y el viejo	92
71 Dos cuadrados	93
72 Las páginas del libro	94
73 La jarra de miel	95
74 Tres cifras	96
75 El árbol	97
76 Números perfectos	98
77 La tarta	99
78 Números amigos	100
79 El número 6	101

80	El caracol	102
81	La cadena	103
82	El explorador	104
83	La excursión	105
84	Takas y Tikis	106
85	El mayor producto	107
86	El sorteo	108
87	El agua y el vino	109
88	¡Qué número!	110
89	Enamorados	111
90	El campesino	112
91	El triángulo	113
92	Música maestro	114
93	Números curiosos	115
94	La baraja	116
95	El día de Reyes	117
96	La cena de Nochevieja	118
97	El agua y el hielo	119
98	Los números	120
99	La edad	121
100	Pio Niro	122
Bibliografía		123

PRÓLOGO

Este nuevo libro que edita este CEFIRE es fruto de una minuciosa labor de selección y adecuación de problemas matemáticos llevada a cabo con unas grandes dosis de entusiasmo y tesón por parte del asesor de matemáticas Germán Bernabeu Soria y sólo pretende ser una ayuda para los docentes del área.

En esta sociedad de la información donde se genera una gran cantidad de información, es de agradecer que alguien nos haga de guía y seleccione lo que pueda ser de utilidad a otros. La larga experiencia del autor en el mundo de las matemáticas y el amor que les profesa son garantía de que la selección y adaptación de estos serán de mucha utilidad en la práctica docente.

Creo que el planteamiento es muy adecuado, pues pretende fomentar el trabajo en equipo y plantea una serie de enigmas que aunque sencillos en apariencia tienen el grado adecuado de dificultad para que el reto resulte atractivo.

Esperando que sea del agrado de todos los profesionales del área quiero como director de este centro felicitar al autor por este trabajo que ahora ofrecemos a la comunidad educativa.

Pedro Civera Coloma
Director del CEFIRE de Elda

INTRODUCCIÓN

Este sencillo libro surge a instancia de la demanda de un grupo de compañeros de matemáticas. Se trata de una recopilación de problemas, elegidos por su aparente simplicidad, extraídos de aquí y allá, unos conocidos desde hace bastantes años y otros recogidos más recientemente, planteados en las clases de matemáticas o en cursos impartidos sobre el tema. Con ellos se ha conseguido disfrutar de las matemáticas así como cumplir al mismo tiempo sus objetivos iniciales, y todo ello dentro de un ambiente favorable y participativo.

Su difusión a través del CEFIRE no pretende ni tiene otro objetivo que servir de apoyo al profesorado, con el fin de intentar que también estos y sus alumnos puedan disfrutar de ellos, tanto en la clase de matemáticas como en cualquier otro lugar, a la hora del trabajo o en la de descanso, de forma individual o colectiva, esperando finalmente que estas actividades les sirvan como referente para abordar situaciones de la vida cotidiana de una forma más amena y positiva.

Inicialmente va dirigido al alumnado de edades 12-16 años, es decir a aquellos que se encuentran realizando los estudios en la etapa de Secundaria, pero sin exclusión en ningún caso de otros a quienes los profesores consideren adecuada su aplicación.

La mayor parte de las actividades propuestas admiten ampliaciones y/o modificaciones. Por ejemplo, variando las cantidades inicialmente establecidas obtenemos en muchos de los casos otras propuestas con mayor o menor grado de complejidad, para ser utilizadas según las características de los alumnos a los que van dirigidas, y siempre a juicio del profesor o profesora. Otra variación se realiza mediante investigaciones semejantes a las propuestas. Por ejemplo, a partir del problema del recibo del agua se puede analizar un caso concreto planteado por los alumnos, un recibo de la luz, el recibo del teléfono..., y a partir de casos concretos, plantear nuevos problemas.

El libro no incluye las soluciones de las propuestas por considerar que son fáciles de obtener. De esta forma se intenta evitar que conocida la solución se abandone el problema, y puesto que el objetivo último que se persigue es producir debate y discusión entre los alumnos, éste se

mantenga hasta que el resultado obtenido y el razonamiento utilizado sea finalmente aceptado por todos como válido, quedando al margen las conclusiones dogmáticas definitivas. Esto permite abordar los problemas de diferentes maneras, pudiendo obtener en consecuencia diferentes respuestas, lo cual resulta enormemente enriquecedor para el desarrollo lógico-mental de los alumnos.

El trabajo debe realizarse de forma intuitiva, cercana a la actividad descubridora y generadora del pensamiento matemático, y para ello es positivo que los alumnos se organicen en pequeños grupos para que la interrelación entre los mismos se produzca de forma espontánea, y en la que el profesor o profesora no sea el referente, sino que actúe como un miembro más de los mismos, de manera que con sus intervenciones les anime a explorar, predecir hipótesis, comprobarlas, cometer errores, corregirlos y volver a predecir las evidencias obtenidas, abriendo algunos caminos y desechando otros.

La utilización de materiales se centrará fundamentalmente en el uso de las fotocopias de la ficha-problema, una por cada alumno, de abundante papel donde se pueda representar gráficamente cualquier aspecto o idea y por supuesto de la calculadora, sin la cual el trabajo que se debe realizar se vuelve excesivamente pesado y, en consecuencia, aburrido. Pretendemos que los alumnos dediquen fundamentalmente el tiempo de clase para pensar, razonar, discutir, intercambiar ideas, analizar, etc. etc., no sólo para calcular.

No debemos dejarnos llevar de las prisas en la resolución de los problemas, hemos de ser conscientes de que si bien algunos de ellos pueden ser resueltos en escaso tiempo, para otros podemos necesitar horas e incluso días para obtener un resultado satisfactorio, teniendo presente que, en este viaje, más importante que llegar es comprender y disfrutar del camino recorrido.

Estoy convencido de que la matemática es algo más que un conjunto de conceptos y destrezas que hay que dominar. También comporta métodos de investigación y razonamiento que permitan al alumno adquirir confianza en su propio pensamiento matemático y, sin duda, la resolución de problemas es una excelente propuesta.

El autor

¿QUÉ PASA CON LAS MATEMÁTICAS?

Sin duda alguna, la matemática ha sido considerada a lo largo de los años, y especialmente en las últimas décadas, la asignatura que mayor presión social y familiar ha ejercido sobre los alumnos de cualquier nivel escolar. Frases como *“hijo, tú esfuérzate en matemáticas que en definitiva es lo que te va a servir para labrarte un futuro”*, o *“el cálculo es la base de todos los estudios”*, o esta otra *“para entrar a trabajar en cualquier sitio, lo importante es saber hacer el cálculo rápidamente”*... y muchas más nos han permitido entender cuáles eran las prioridades educativas para muchos de los padres. El mundo, en ocasiones, parece estar dividido en dos grandes bloques: los que van bien en matemáticas y los otros. Siempre que surge alguna cuestión de carácter matemático en algún grupo de personas, alguien contesta *“no, yo no, que no soy de matemáticas”* u otro comenta *“dilo tú que eres de matemáticas”*, sugerencia que los demás aprueban al mismo tiempo que respiran con alivio.

Una de las preguntas que más nos hacemos los implicados profesionalmente en este tema es la siguiente: ¿qué tienen de especial los aspectos matemáticos, es decir, todo aquello que “huele” a matemáticas, para que se produzca rechazo?, a la que añadiríamos una segunda, ¿qué pasa en la escuela, especialmente en las primeras etapas, para que una vez que los alumnos y alumnas la abandonan, renuncien de manera tan evidente a seguir disfrutando y haciendo uso de unos conocimientos como los matemáticos?

Esta situación, añadida a los avances tecnológicos que en los últimos tiempos se están produciendo, parece demandar un incremento en la respuesta que la escuela debe dar a los nuevos estudiantes, y ésta, parece evidente, pasa por incrementar los contenidos, incrementar las horas de clase, incrementar las actividades, incrementar ... ¿qué? ¿Qué se debe incrementar? ¿Podemos solucionar los problemas con los que se encuentra la enseñanza de las matemáticas sólo con incrementos?

LAS MATEMÁTICAS EN NUESTRO PAÍS.

Artículos como el aparecido en el diario provincial *Información de Alicante* el 9/04/97 con el titular “Los alumnos españoles de

matemáticas rinden por debajo de la media internacional", o de ámbito nacional como *El Mundo* del 27/10/98, cuyo titular rezaba "Los escolares españoles no saben contar" vienen a corroborar la necesidad que tienen nuestros escolares de mejorar-aumentar sus conocimientos matemáticos.

Según estos artículos, basados en un estudio¹ realizado entre 500.000 escolares de 13 y 14 años de 45 países, España ocupó entre los alumnos de 13 años el puesto 31 de un total de 39 países, y de los alumnos de 14 años el puesto 32 de 41 países con resultados válidos.

Se puede considerar inicialmente que estos resultados dependen de las cuestiones presentadas. Sin embargo contemplemos, por ejemplo, la siguiente pregunta: "¿qué porcentaje ha aumentado el precio de una lata de guisantes que subió de 60 a 75 pesetas?" Si la respuesta dada por más del 80 % de los estudiantes españoles es 15 pesetas, se observa que hay algo que no funciona adecuadamente. Esto se confirma también, si más del 80% de los estudiantes contesta erróneamente a la pregunta de cuántos lados están pintados de azul y cuántos de rojo en un cubo, en el que hay 2/3 de posibilidades de que salga rojo arriba al lanzarlo.

La duda que todos nos planteamos es qué pasa con nuestros alumnos, que después de un elevado número de años asistiendo a la escuela, de incontable cantidad de horas trabajando los conceptos matemáticos, de días y días de explicaciones, actividades, revisiones, recopilaciones, etc. etc. son incapaces de contestar adecuadamente a preguntas como esas.

Ya en ese mismo artículo, se apuntaba alguna solución en las demandas que el presidente de la Real Academia de las Ciencias había solicitado a la entonces ministra Esperanza Aguirre, sobre que la tan cacareada reforma de las matemáticas no se limitase a un aumento de las horas lectivas, sino que ésta se centrara en la mejora de los contenidos y sobre todo del método utilizado en el aprendizaje de la asignatura.

Todos somos conscientes de que las matemáticas han sido tradicionalmente estudiadas, en los diferentes niveles educativos, mediante el aprendizaje de fórmulas y destrezas, obtenidas memorísticamente, después de sucesivas repeticiones, y con unos

¹ Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS)

programas excesivamente cargados y rígidos, donde no se han tenido en cuenta ni las capacidades del alumnado ni mucho menos sus intereses. Los algoritmos de cálculo que han ocupado más de la mitad del tiempo dedicado a las matemáticas, son tratados como fin y pocas veces como herramienta. La adquisición de técnicas mentales de cálculo no tiene en la clase la presencia que debería, y cuestiones como razonar, imaginar, intuir, probar, descubrir, generalizar, aplicar destrezas, estimar, comprobar resultados..., parecen una quimera.

Algunos de nuestros más insignes matemáticos de todos los tiempos han denunciado los aspectos negativos que una materia como la que nos ocupa soportaba y aún soporta.

Según Puig Adam: *“La matemática ha constituido, tradicionalmente, la tortura de los escolares del mundo entero, y la humanidad ha tolerado esa tortura como un sufrimiento inevitable para adquirir un conocimiento necesario; pero la enseñanza no debe ser tortura, y no seríamos buenos profesores, si no procuráramos por todos los medios, transformar este sufrimiento en goce, no cual no significa ausencia de esfuerzo, sino, por el contrario, alumbramiento de estímulos y de esfuerzos deseados y eficaces”*.

La matemática, más que un conocimiento (satisfacción), es un escollo con el que tropiezan los jóvenes que pasan por nuestras clases, donde cantidad de teorías, galimatías de enunciados y razonamientos han tenido que ser aprendidos de memoria, al margen de toda comprensión y todo interés, lo cual ha producido en multitud de ellos la resignación y el convencimiento de su incapacidad manifiesta para las matemáticas.

Hay que declarar públicamente que la falta de disposición de nuestros alumnos para las matemáticas, más que incapacidad personal de estos, ha sido la consecuencia de un defectuoso sistema de enseñanza. Nadie es lo suficientemente negado para aprender matemáticas, y desde luego es un error creer que para el aprendizaje de las matemáticas hace falta una disposición especial o un cerebro privilegiado. El verdadero error en el aprendizaje de las matemáticas ha sido sin duda de tipo educativo, con tres principales vertientes: el error de programación, donde la matemática es presentada linealmente, en apartados sin apenas relación entre ellos, con independencia del desarrollo del pensamiento

matemático del niño; el error en la aplicación del método, tal como ha venido transmitiéndose de generación en generación, de manera absurda y antieducativa, escamoteando los aspectos intuitivos o deductivos; y finalmente el error en el modo de presentarlas ante los alumnos, carente de intereses, sustituyendo la falta de atracción natural del niño, por estímulos coactivos secundarios, orientados hacia la vanidad del premio o la amenaza del castigo.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Las matemáticas constituyen un idioma poderoso, conciso y sin ambigüedades utilizado en todo el mundo, y este idioma para poder desarrollarse adecuadamente necesita de unos caminos por donde desplazarse, de unas situaciones que no sólo permitan la comunicación, sino que además la favorezcan, al mismo tiempo que ha de disponer de unas normas o técnicas por las que regirse.

Estos caminos vienen determinados en cada caso mediante unas situaciones concretas, a las que llamamos problemas. Su resolución se verá favorecida mediante técnicas o métodos específicos.

Muchas experiencias existen sobre el tema, así como una abundante bibliografía que engloba desde los principios teóricos, pasando por las propias técnicas, hasta aquellas propuestas que se centran en la resolución de un determinado número de problemas de variada dificultad. Pero en cualquier caso, hemos de entender que la resolución de problemas no persigue resolver ejercicios elementales o rutinarios correspondientes a alguna parte de las matemáticas, tampoco la presentación de trucos o mecanismos que puedan solucionar un tipo particular de problemas, sino la enseñanza de modelos matemáticos caracterizados mediante situaciones complejas del mundo real que permitan el desarrollo de habilidades y actitudes.

Se debe entender la cuestión como la parte más esencial de la matemática, como un proceso, no como una respuesta, como un viaje, no como un destino, donde vamos descubriendo un mundo de ideas y conocimientos, poniendo de manifiesto las habilidades, técnicas, estrategias y actitudes propias de cada individuo.

“A la resolución de problemas se le ha llamado con razón, el corazón de las matemáticas, pues es ahí donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha atraído y atrae a los matemáticos de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas”.
Miguel de Guzmán. 1984

La resolución de problemas constituye un objetivo básico y una parte integral de toda actividad matemática. Se trata de un proceso que debe proporcionar en el aula, el contexto donde puedan aprender los conceptos y destrezas, desarrollar y aplicar las estrategias para su resolución, valorar el proceso utilizado al menos en la misma medida en que se valora el resultado, interpretar el resultado obtenido con relación a lo demandado, potenciar la comunicación matemática entre los alumnos y el profesor, aumentar la confianza en el uso de las matemáticas, considerando al error en su justa medida y, en definitiva, percibir la correcta visión de lo que significa aprender matemáticas y resolver problemas.

El currículo de matemáticas de Primaria y Secundaria de nuestro país concede una especial importancia al tema dedicándole una gran atención; si tomamos, por ejemplo, la Comunidad Valenciana encontramos que la resolución de problemas es planteada como bloque de contenidos, aunque evidentemente relacionada con el resto.

PERO, ¿QUÉ ES UN PROBLEMA?

Comencemos diciendo que la palabra "problema" es utilizada en nuestro idioma para referirse a diversidad de situaciones absolutamente distintas, en contextos diferentes que, incluso, nada tienen que ver con las matemáticas.

También el título "problemas matemáticos" es utilizado en ocasiones, haciendo referencia a un modelo general de actividades, donde éstas deben ser numéricas, de aplicación directa, con utilización de datos concretos en situaciones debidamente identificadas, en las que la solución de las mismas vienen determinadas desde el primer momento que se reciben, donde rápidamente se ha discriminado el algoritmo o

algoritmos que se deben utilizar para encontrar la solución adecuada. Resulta evidente que esto no es así. La resolución de problemas es una actividad mental extraordinariamente compleja. En principio puede parecer una actividad desordenada y a veces caótica, pero una vez que nos introducimos en ellos es absolutamente fundamental realizar una precisa esquematización del pensamiento.

En un problema, a menudo, nos encontramos que, a primera vista, no se sabe cómo abordarlo y finalmente resolverlo, lo que lleva en ocasiones a no percibir claramente en qué consiste el problema.

Resolver un problema exige, en general, tiempo y una importante inversión de energía, así como una innegable adecuación a las circunstancias (frustración inicial, voluntad de resolverlo, perseverancia en la investigación, ...). Un problema constituye un auténtico reto. Sabemos aproximadamente dónde queremos llegar, pero ignoramos el camino que debemos seguir. Es por ello que ante esta situación debemos presentar actitudes positivas, tales como confianza, tranquilidad, curiosidad, gusto por el reto, disposición para aprender, etc. evitando al mismo tiempo otros comportamientos negativos que podrían obstaculizar nuestro avance, tales como miedo a lo desconocido, nerviosismo, prisa por acabar, miedo ante el resultado...

LOS ALUMNOS FRENTE A LOS PROBLEMAS.

En 1986, M.L. Frank realizó un estudio con la intención de encontrar respuesta a cuestiones que versaban sobre qué era para los estudiantes la resolución de problemas. Creo no exagerar si afirmo que en muchos de los estudios realizados en la actualidad, las respuestas obtenidas no han sido demasiado diferentes. Estos estudiantes, sobre los que se realizó el estudio, eran matemáticamente competentes (según los tests típicos utilizados) con edades comprendidas entre 12 y 14 años².

Entre las creencias que los estudiantes daban acerca de las matemáticas destacamos:

² Otros investigadores Coob, Confrey, Wheatley, Carpenter, Lindquist, Matthews y Silver, Schoenfeld, Buerk, Confrey y Lanier..., han descrito creencias similares en estudiantes de una amplia gama de edades y capacidades.

1. *Las matemáticas son cálculos.* Las matemáticas, para los estudiantes sobre los que se hizo el estudio, eran lo que ellos llamaban “*las cuatro operaciones*”. Estas operaciones implicaban la memorización de hechos y algoritmos matemáticos. Para la generalidad de los estudiantes encuestados, “*hacer matemáticas significa seguir reglas*” y, “*hacer matemáticas es, sobretodo, memorizar*”.

2. *Los problemas de matemáticas deben resolverse rápidamente y con unos cuantos pasos.* Estos estudiantes daban por supuesto que los problemas de matemáticas son tareas rutinarias a las que deben aplicarse algoritmos aritméticos o algebraicos conocidos. Por el contrario, las tareas no rutinarias eran consideradas por la mayor parte de los encuestados como algo marginal a la vía de las matemáticas: “*no son verdaderas matemáticas*”, decían. Estaban convencidos de que algo funcionaba mal si al resolver un problema se tardaba demasiado tiempo en encontrar la solución (más de cinco o diez minutos).

3. *Las matemáticas tienen como objetivo obtener respuestas correctas.* Los estudiantes tendían a ver las matemáticas según la dicotomía bien hecho / mal hecho. Se concentraban casi exclusivamente en las respuestas, y si dichas respuestas eran correctas o incorrectas. La mayor parte de ellos creían que sólo el profesor podía decirles si una respuesta era acertada o equivocada, y si la respuesta obtenida era errónea parecían tener la sensación de haber perdido el tiempo.

4. *El papel del estudiante de matemáticas es recibir conocimientos matemáticos, y demostrar que los ha recibido.* Las matemáticas (conjunto de hechos, reglas, procedimientos y actitudes) es un “paquete” que hay que recibir. En las entrevistas, los estudiantes explicaban que esa recepción se lleva a cabo prestando atención en clase, leyendo el libro de texto (en particular la “letra gorda”), y haciendo, si es posible con el profesor u otro adulto, las tareas propuestas para casa. A partir de ahí el alumno demuestra que ha recibido el “paquete de matemáticas” dando respuesta correcta a los problemas presentados. Si da la respuesta correcta, es que lo ha comprendido, si la respuesta no es correcta, se le supone que no.

5. *El papel del profesor de matemáticas es transmitir los conocimientos matemáticos y comprobar que los estudiantes los han*

recibido. La mayoría de estudiantes supone que el papel del profesor es emplear la hora de clase en “cubrir” el programa señalado en el libro de texto. Si un profesor desarrolla bien el programa, los estudiantes serán capaces de dar rápidamente las respuestas a las tareas propuestas en clase, en casa y en los exámenes.

Sin embargo, cuando un educador matemático habla o escribe sobre la resolución de problemas, probablemente tiene en mente una definición similar a la de Wheatley: “*Resolver un problema es lo que haces cuando no sabes lo que hay que hacer*”. ***The National Council of Teachers of Mathematics*** de Estados Unidos recomienda que las matemáticas, especialmente en los niveles de Primaria y Secundaria, estén enfocadas a la resolución de problemas.

Los estudiantes cuyas creencias matemáticas sean similares a las comentadas ni siquiera aceptan que la resolución de problemas (en el sentido de Wheatley) sea matemáticas. Para ellos, en matemáticas, nunca se supone que puedan estar en una situación en la que no sabes qué es lo que hay que hacer. Si el profesor ha hecho bien su trabajo y los alumnos han hecho el suyo siempre sabrán aplicar un hecho, una regla o un procedimiento a un problema para obtener rápidamente la respuesta adecuada.

PROBLEMAS Y EJERCICIOS.

Los educadores matemáticos hacen con frecuencia una distinción entre “problemas” y “ejercicios”.

Según Kantowski, una tarea es un problema si implica para el alumno una pregunta que no sabe responder o una situación que es incapaz de resolver usando los conocimientos que tiene inmediatamente disponibles, mientras que un ejercicio es una actividad en la cual el alumno aplica un algoritmo que conoce y que una vez aplicado le llevará a la solución.

Esta distinción no es una mera argucia semántica. Un estudiante para quien las matemáticas son una colección de ejercicios puede tener un completo éxito en obtener las respuestas adecuadas de forma rápida, pero, ¿qué ocurre cuando ese alumno se encuentra con un problema?

Una posibilidad es que el alumno se dé cuenta de que esa es una tarea de un tipo diferente a la de los ejercicios que está habituado a ver, y que no acepte esa tarea como matemáticas. En esa situación el alumno:

a). Rehusa tener nada que ver con la tarea y dice: “no sé hacerlo”, o “esto no son matemáticas”, o trabaja en ella de una manera inconexa y sin método en tanto que el profesor está insistiendo en que lo intente.

b). Que el alumno trate el problema como un ejercicio, intentando buscar en la memoria el hecho o la regla apropiados con el objetivo de obtener rápidamente una respuesta. Al no lograrlo, o abandona el problema o pide ayuda al profesor. “No me sale”, “¿cómo lo tengo que hacer?”, “¿lo estoy haciendo bien?”,... son algunas de las expresiones utilizadas. Algunas veces, tras una agotadora cantidad de cálculos, se produce algo parecido a una respuesta, que si el profesor comprueba que es correcta se pasa a la siguiente, y si es incorrecta, el estudiante se queda con la sensación de que el trabajo realizado ha sido estéril.

c). Por último, el alumno puede efectivamente emplear una estrategia general para la resolución del problema, y conseguir progresar realmente hacia su solución. Pero, si la respuesta no aparece tras un determinado tiempo (cinco, diez o quince minutos), es probable que decida dejar de trabajar en él. El alumno siente que algo está haciendo mal, o que quizás sea uno de esos problemas de truco que no se puede resolver, ya que le está dedicando mucho tiempo para conseguir la respuesta.

A todo esto, ¿dónde hemos dejado aspectos como “la concentración en el proceso”, “la independencia”, “la perseverancia”, etc. etc. que la resolución de problemas se supone que engendra?

Resulta obvio que se encuentran ausentes.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

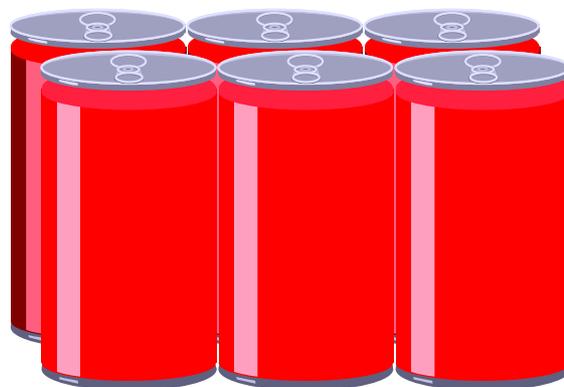
Propuesta nº. 1

LA BOTELLA DE COLA.

Una botella de "cola" de 2 litros cuesta 185 pts.

¿Cuánto costará una botella de 1 litro? ¿Y de medio litro? ¿Y un bote de $\frac{1}{3}$ de litro?

Comprueba si es así y discute con tus compañeros tus ideas.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 2

LA HABITACIÓN DE MI CASA.

Una habitación de mi casa mide 12 metros cuadrados de superficie.

¿Qué forma tiene esa habitación? Dibújala.

¿Podría ser de otra forma? Dibuja esa habitación de todas las formas posibles.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 3

LOS COCHES.

Una fábrica de coches realiza modelos de tres motorizaciones (1600, 1800 y 2000 cc.) en cinco colores cada uno (blanco, negro, azul, amarillo y rojo) y con tres, cuatro o cinco puertas cada tipo.

¿Serías capaz de indicar el número de diferentes modelos de coches que esa fábrica realiza?

Si es posible intenta expresarlo gráficamente. Te será más sencillo.



Analiza y comenta con tus compañeros sobre una de las marcas de coches que existen en el mercado, e intenta averiguar los modelos que fabrica, las motorizaciones, los colores, etc. etc.

¿Cuántos vehículos diferentes realiza esa fábrica de coches?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 4

EL TORNEO DE TENIS.

A un torneo de tenis se presentan 16 tenistas y quieren jugar por el sistema de eliminatorias.

¿Cuántos partidos se tendrán que realizar?

Y si fueran el doble de tenistas ¿se tendrían que jugar el doble de partidos?

Con el uso de diagramas posiblemente te resultará más sencillo comprender el problema.



Propón otros casos, como por ejemplo:

- Confecciona un calendario sobre un campeonato que podáis hacer en el Centro.
- Un campeonato local.
- La liga de fútbol de cualquier división.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 5

CÓMO EXPRESARLO.

El número 30 es fácil expresarlo como

$$5 \times 5 + 5$$

Trata de encontrar diferentes formas para expresar:

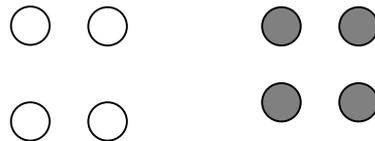
- El número 30 con tres cifras iguales.
- El número 100 empleando cuatro veces la cifra 9.
- El número 34 empleando cuatro veces la cifra 3.
- El número 31 empleando la cifra 3 cuantas veces quieras.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 6

BLANCAS Y NEGRAS.

Disponemos de tres cajas con dos bolas en cada una de ellas. En una caja las dos bolas son blancas, en otra, las dos son negras y en la otra una blanca y otra negra. Sin conocer las cajas y sin ver el contenido de ellas, meto la mano al azar y saco una bola blanca.

¿Cuál es la probabilidad de que la otra bola que queda en la caja sea blanca?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 7

LA REUNIÓN.

Las personas que asistieron a una reunión se estrecharon las manos.

Podrías decir cuántas personas asistieron a esa reunión sabiendo que hubo 15 apretones de manos.

Y si fueran 30 los apretones, ¿cuántas personas habrían asistido?



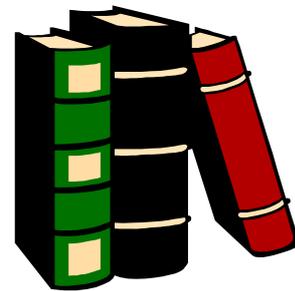
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 8

COMPRANDO LIBROS.

Una librería ha encontrado una manera para que los chicos compren libros de una colección. Consiste en pagar una cantidad de entrada y el resto en pagos al recibir cada libro.

No obstante se puede comprar de dos maneras diferentes:

- a). Pagar 2.000 pts de entrada y 250 pts/ cada libro.
- b). Pagar 1.000 pts de entrada y 350 pts./cada libro.



Si la colección consta de 15 libros, ¿cuál es la forma más ventajosa para el comprador?

Intenta encontrar, si es posible, el número de libros que debería tener esa colección para que las dos formas resulten económicamente iguales.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 9

¿CUÁNTO ES?

¿Tienes idea de cuanto es un millón de segundos?

¿Cuál de las tres soluciones crees que se acerca más a la verdadera?

- a). Medio año
- b). Once días y medio
- c). Veintitrés horas

Trata de averiguarlo mentalmente mediante estimación estructurada.

Otras propuestas pueden ser:

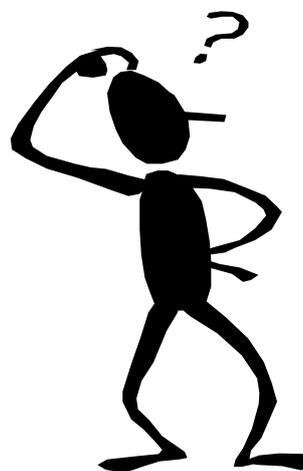
¿Cuánto mide tu Centro de largo? ¿Y de ancho?

¿Cuántos metros cuadrados estimas que mide tu clase? ¿Y el gimnasio? ¿Y la pista de deporte?

¿Cuánto pesa un libro? ¿Y una silla? ¿Y una mesa?

¿Cuántos folios hay en un montón de ellos?

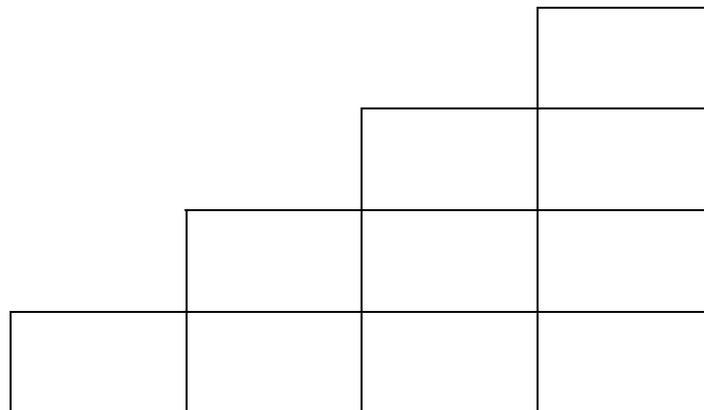
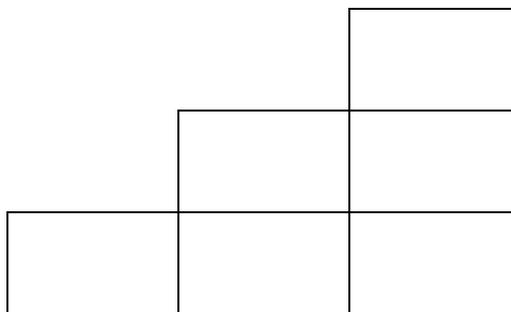
¿Cuántas judías hay en un tarro lleno de ellas?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 10

ESCALERAS.

Las siguientes "escaleras" de 3 y 4 pisos están formadas por 6 y 10 ladrillos respectivamente.



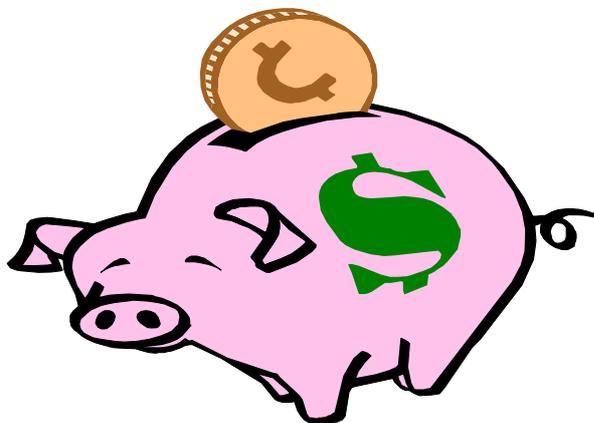
¿Cuántos ladrillos utilizará una escalera de 6 pisos?, ¿y de 10 pisos?, ¿y de 50 pisos?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 11

LA HUCHA.

Mi tía tiene dos huchas donde guarda dinero. Una es blanca y la otra rosa. Siempre que mete 20 pts en la hucha blanca, mete 55 pts en la rosa.



Si en la blanca tiene 300 pts, ¿cuántas tiene en la hucha rosa?

Y si en la rosa tuviera 3.465 pts, ¿cuántas tendría en la blanca?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 12

CHICOS Y CHICAS.

En un colegio hay 345 alumnos. Sabiendo que hay el doble de chicos que de chicas, ¿cuántos alumnos hay de cada clase?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 13

EL NADADOR.

Carlos, buen nadador, recorre una distancia río abajo en 2 horas. Si el regreso al punto de salida, es decir recorriendo la misma distancia y al mismo ritmo, pero río arriba tarda 3 horas.

¿Cuánto tiempo tardaría Carlos en recorrer esa misma distancia en un lago?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 14

¿CUÁNTO DINERO TENGO?

Al abrir la hucha he visto que tenía 7 monedas de curso legal³
¿Cuánto dinero puedo tener?

¿Cuál sería el mayor importe que podría gastar?

¿Y el menor?

¿Cuántas cantidades diferentes puedo encontrar?



³ La propuesta puede realizarse en pesetas o en euros.

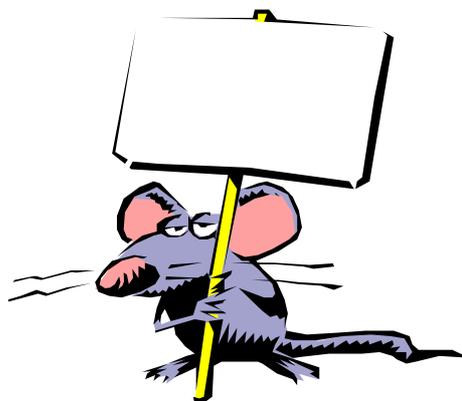
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 15

EL GATO Y EL RATÓN.

Un ratón se encuentra buscando comida a una distancia de 25 m. del agujero. En un momento dado aparece un gato que observa al ratón a una distancia de 45 m. Los dos comienzan a correr, el ratón para meterse en el agujero y el gato para cazar al ratón.

Sabiendo que el gato corre a una velocidad de 25 m. por segundo, y que el ratón corre a 10 m. por segundo, ¿logrará el gato cazar al ratón, o conseguirá éste meterse antes en el agujero?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 16

LOS CUATRO CUATROS.

4 4 4 4

Utilizando cuatro cuatros y todas las operaciones que conozcas, además del paréntesis, intenta escribir todos los números que puedas del 0 al 100, ambos inclusive.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 17

LOS TRES AMIGOS.

Tres amigos cuyos apellidos son Pardo, Rojo y Blanco se encuentran por la calle al cabo de algún tiempo.

¡Qué curioso! -exclama el que lleva la corbata de color rojo-, los colores de nuestras corbatas se corresponden con nuestros apellidos, pero ninguno lleva el color del suyo.

-Tienes razón- comenta Blanco.

¿De qué color es la corbata que lleva cada uno de ellos?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 18

EL CIRCUITO.

Un coche tarda 2 minutos en dar una vuelta a un circuito, una bicicleta tarda 6 minutos y una persona 20 minutos en dar la vuelta al mismo circuito.

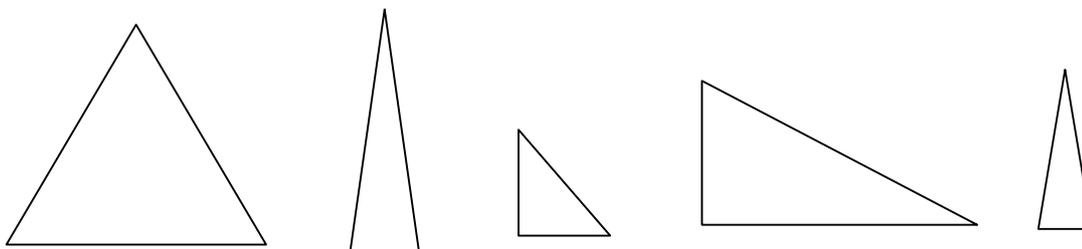
Si los tres salen del mismo punto y al mismo tiempo, ¿al cabo de cuánto tiempo coincidirán los tres y cuántas vueltas habrá dado cada uno al circuito?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 19

TRIÁNGULOS.

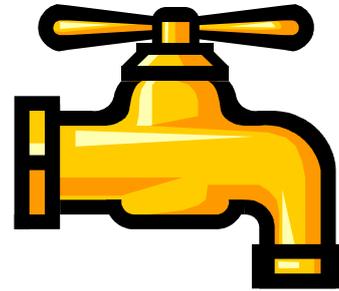
De todos los triángulos que tengan la misma área y sus bases midan lo mismo ¿cuál sería el de menor perímetro?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 20

EL RECIBO DEL AGUA.

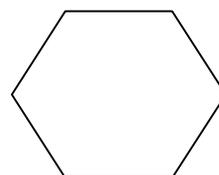
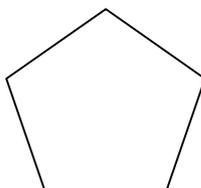
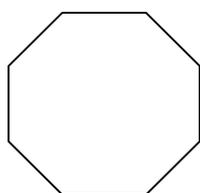
En un recibo de consumo de agua, los 25 primeros metros cúbicos de agua consumida cuestan 875 pts y el resto se paga a 61,75 pts m³. Si por el consumo realizado se han abonado 3.839 pts, ¿cuántos metros cúbicos de agua se han consumido?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 21

ÁNGULOS RECTOS.

¿Cuál es el número máximo de ángulos rectos que puede tener un polígono de n número de lados?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 22

LA FOTO Y EL MARCO.

La foto de tu jugador favorito cuesta 50 pesetas más que el marco que la encuadra.

Si las dos cosas juntas cuestan 200 pts. ¿Cuánto cuesta la foto y cuánto el marco?

¿Está seguro?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 23

IVÁN EL PEREZOSO.

Según un antiguo cuento ruso, Iván "*el perezoso*" se hallaba un día holgazaneando a orillas de un río.

- Todo el mundo me dice que me busque trabajo o que me vaya al diablo - suspiró -. No creo que ninguna de las dos cosas me ayude a hacerme rico.

Tan pronto como dijo esto se le apareció el diablo en persona.

-¿Quieres ganar dinero Iván?- le preguntó.

Iván asintió perezosamente con la cabeza.

- Muy bien - continuó el diablo -. ¿Ves ese puente? Pues todo lo que tienes que hacer es cruzarlo. Cada vez que vayas de parte a parte se doblará el valor del dinero que llevas en el bolsillo.

A Iván le gustó la propuesta, y ya se dirigía hacia el puente, cuando el diablo lo detuvo.

- Un momento - le dijo astutamente-. Puesto que me he mostrado tan generoso contigo, creo que merezco una pequeña recompensa por mis esfuerzos. Tendrás que darme ocho rublos cada vez que cruces el puente.

Iván se apresuró a asentir. Cruzó el puente y metió la mano en el bolsillo. Su dinero se había doblado por arte de magia. Le lanzó ocho rublos al diablo, que permanecía al otro lado del río, y cruzó de nuevo. Otra vez dobló su dinero. Le pagó otros ocho rublos al diablo y cruzó por tercera vez. Y el dinero se dobló de nuevo. Pero al contarlo, descubrió que no le quedaban más que ocho rublos en el bolsillo, que tuvo que entregar al diablo, con lo cual se quedó sin dinero que doblar.

El diablo soltó una sonora carcajada y desapareció.

¿Sabrías averiguar cuánto dinero tenía Iván en el bolsillo cuando hizo el pacto con el diablo?

Inténtalo, verás como lo resuelves.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 24

CIFRAS Y LETRAS.

Existen unas actividades muy interesantes que consisten en sustituir letras por cifras para que la operación matemática indicada sea posible.

A continuación tienes un ejemplo, a ver si eres capaz de resolverlo.

$$\begin{array}{r} \text{U N O} \\ + \text{U N O} \\ \hline \text{T R E S} \end{array}$$

¿Te resulta difícil? Y si te digo que la O representa el 4?
¿Cuántas soluciones diferentes puedes encontrar?
Por si quieres entretenerte aquí tienes otros.

$$\begin{array}{r} \text{A B C D} \\ + \text{D C D} \\ \hline \text{E F G H I} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{V V R R} \\ + \text{R R V V} \\ \hline \text{Y Z Z Y} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{C U A T R O} \\ + \text{C U A T R O} \\ \hline \text{V E I N T E} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{C U A T R O} \\ \hline \text{x 5} \\ \hline \text{V E I N T E} \end{array}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 25

EL DESCUENTO Y EL IVA.

He ido a comprar a una librería un libro de matemáticas. El vendedor me ha informado que por estar de oferta me hacen el 15 % de descuento, pero que han de cargarme el 6 % de IVA.

¿Qué me interesa más, que primero me hagan el descuento y luego me carguen el IVA o que primero me carguen el IVA y después me hagan el descuento?

¿Tú que preferirías que te hicieran primero?

Razónalo primero con tus compañeros y confirma posteriormente lo estimado.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 26

EL BANCO.

Se desea invertir en un banco una cierta cantidad durante un año.
¿Cuál de las opciones siguientes consideras más interesante?

Opción A. Una cuenta de ahorro que proporciona un 12.5% de interés anual y se paga una vez vencido el año.

Opción B. Una cuenta a plazo fijo que renta un 1 % mensual y se paga al final de mes.

Si el banco decidiera equiparar los intereses,

¿Qué interés anual debería ofrecer para que resulte equivalente al 1 % de interés mensual?

¿Qué interés mensual debería ofrecer para que resulte equivalente al 12.5 % de interés anual?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 27

MANTENER LA DISTANCIA.

Los conductores deben mantener una distancia *prudente* del coche que va delante.



Pero, ... ¿qué quiere decir prudente?

Dice el código holandés de la circulación que los conductores deben guardar una distancia en metros igual a la mitad de la velocidad (en Km/h) a que se circula.

Según esto, un conductor holandés que vaya a 60 Km/h. debe guardar una distancia de 30 metros del vehículo que va delante.

En una carretera muy transitada de una ciudad holandesa, la intención de la Dirección de Tráfico es que pueda ser utilizada simultáneamente por tantos coches como sea posible. Es decir, que cada minuto pasen por un punto cualquiera de la misma el máximo número de coches.

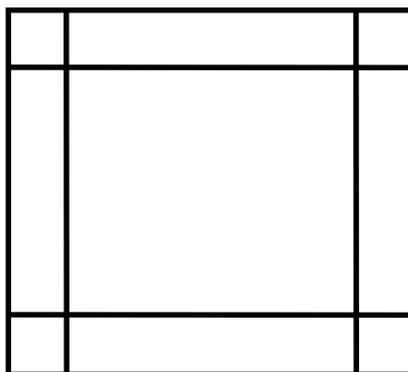
Considerando el código de la circulación y que la media de longitud de los coches es de 4 metros ¿cuál será la velocidad ideal a que deben circular por ese lugar los coches?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 28

CAJAS .

De una lámina de cartón cuadrada de 30 cm. de lado, queremos fabricar cajas sin tapa.

Una de las formas más sencillas de construirlas es cortar cuadrados en las esquinas y doblar los lados:



Si queremos que la caja tenga el máximo volumen posible ¿qué tamaño deben tener los cuadraditos que se corten?

Investiga con láminas cuadradas de otros tamaños y con otras de forma rectangular.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 29

EL BALÓN.

Un balón cuesta 19 rublos, pero el comprador no tiene más que billetes de 3 rublos y el vendedor sólo de 5 rublos.

¿Se puede hacer en estas condiciones la compra exacta de dicho balón?

¿Has encontrado la solución?

¿Cuántas soluciones diferentes puedes encontrar?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 30

AL REVÉS.

Las letras de la siguiente igualdad representan las cifras de un número que al multiplicarlo por 4, da otro formado por las mismas cifras en orden inverso al inicial.

¿Puedes averiguarlo?

$$ABCDE \times 4 = EDCBA$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 31

SALTO DEL CABALLO.

En el número de febrero de 1979 de “Investigación y Ciencia”, Martín Gardner expuso el siguiente problema:

Se trata de un tablero de ajedrez de 3 x 4, en el que hay 3 caballos blancos y 3 negros, y se pide intercambiar las posiciones de los caballos blancos con los negros en el menor número de jugadas.



Parece ser que el menor número de movimientos es de 16. ¿Podrías conseguirlo?

¿Cuántas soluciones mínimas eres capaz de encontrar?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 32

LOS TRES COFRES.

Se trata de un problema dado a conocer por Raymond Smullyan.

Un sultán propuso el siguiente problema a un reo. "He aquí tres cofres; uno rojo otro azul y otro blanco. Y cada uno tiene la siguiente inscripción" .

- En el rojo dice :“la llave de la celda está en este cofre“
- En el azul dice : “la llave de la celda no está en este cofre“
- En el blanco dice : “la llave de la celda no está en el cofre rojo“

“De las tres inscripciones, a lo sumo una es cierta. Si sois capaz de adivinar en cuál está la llave os dejaré ir libre”.



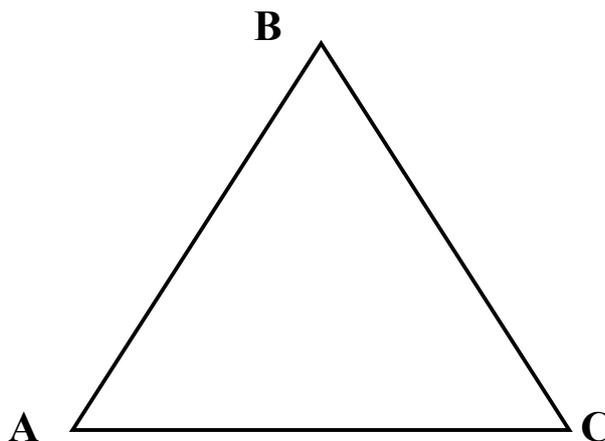
¿Qué cofre debió elegir el reo? ¿Por qué?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n.º 33**CITA EN EL DESIERTO.**

En el desierto del Sahara, y en los tres puntos A, B, y C, que forman los vértices de un triángulo equilátero de 700 km. de lado, se encuentran tres vehículos de velocidades respectivas 20, 40 y 60 kms/h.

Comunicados por radio con el centro de operaciones, reciben la orden de partir para reunirse lo antes posible.

¿Dónde estará situado en el dibujo el punto donde se van a reunir?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 34

UNA SUMA UN POCO LARGA.

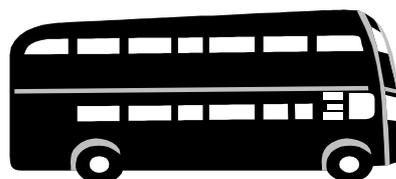
¿Cuál es la suma de todos los números de cinco cifras diferentes que pueden formarse empleando 1, 2, 3, 4 y 5?

567489065784561954

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 35

ENTRE DOS CIUDADES.

Entre las ciudades A y B existe una línea de autobuses que hacen el itinerario en ida y vuelta. Sabiendo que la duración del trayecto es de 7 horas para la ida y otras 7 para la vuelta, y que cada hora sale un autobús hacia la otra ciudad ¿con cuántos autobuses se cruzará cada uno de ellos en su itinerario?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 36

EL CENTRO DEL CÍRCULO.

Dados tres puntos cualesquiera a , b y c , halla, únicamente con la utilización del compás, el centro del círculo que contiene a dichos puntos.

a .

. b

**.
c**

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 37

EL 37.

El número primo 37 es un divisor de 999. ¿Podrías encontrar tres números más que tengan todas sus cifras iguales y sean divisibles por 37?

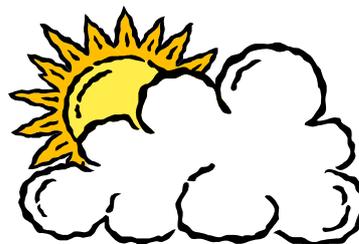
37

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 38

EN VACACIONES.

En mis vacaciones del año pasado llovió 9 días, y hubo 10 mañanas y 10 tardes soleadas. Cuando llovió por la mañana, la tarde fue soleada.

¿Cuántos días duraron mis vacaciones?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 39

LA CAÍDA DE UNA PIEDRA.

Una piedra, dejada caer libremente desde cierta altura, recorre la segunda mitad de su trayecto en 2 segundos. Halla la altura desde la que se dejó caer la piedra.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n.º 40

LA MATRÍCULA DEL COCHE.

La matrícula de un automóvil tiene cinco cifras, todas diferentes. Al instalarla el mecánico se equivocó y la puso cabeza abajo, obteniendo un número mayor que el original de la matrícula en 78633. ¿Cuál era el número de la matrícula?

(El uno se escribe así I y no así 1).

A - *****

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 41

UN PROBLEMA DIOFÁNTICO.

El producto de cuatro números es 6,75 al igual que su suma.
Sabiendo que uno de ellos es la unidad, halla los otros tres.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 42

DE CUADRADOS MÁGICOS I.

Tenemos un cuadrado mágico de 3 x 3.

a). Anotar en los nueve cuadros las cifras del 0 al 9 (10 cifras) de forma que cada horizontal, vertical y diagonal sumen 15.

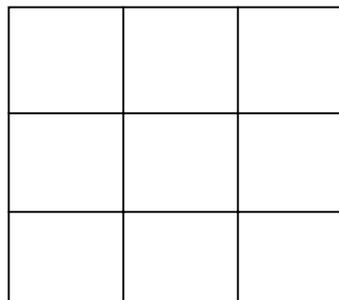
b). Anotar en las casillas las cifras del 0 al 9 de modo que cada horizontal y vertical sumen 14.

c). Anotar en las casillas las cifras del 0 al 9 de modo que cada horizontal y vertical sumen 13.

d). Anotar en las casillas las cifras del 0 al 9 de modo que cada horizontal, vertical y diagonal sumen 12.

e). Colocar en las casillas los números del 2 al 10 de modo que cada horizontal, vertical y diagonal sumen 18.

f). Colocar en las casillas los nueve primeros números pares para que cada horizontal, vertical y diagonal sumen 30.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 43

DE CUADRADOS MÁGICOS II.

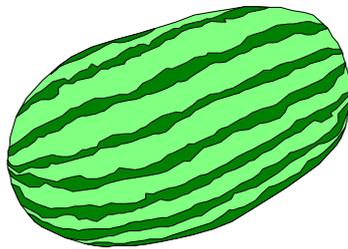
Tenemos un cuadrado mágico de 4×4

- a). Colocar en las casillas los números del 0 al 15 de modo que todas las horizontales, verticales y diagonales sumen 30.
- b). Colocar en los cuadros los números del 1 al 16 de tal modo que en cada horizontal, vertical y diagonal sumen 34.
- c). Escribir en las casillas 16 de los 17 números de modo que cada horizontal, vertical y diagonal sumen 37.
- d). Escribir en los cuadros 16 de los 17 primeros números de forma que en cada horizontal, vertical y diagonal sumen 36.
- e). Colocar en las casillas 16 de los 17 primeros números de modo que la suma de cada horizontal y vertical sea 35.
- f). Escribir en las casillas los 16 primeros números pares de modo que en cada horizontal, vertical y diagonal sumen 68.
- g) Escribir en los cuadros 16 de los 17 primeros números de forma que en cada horizontal, vertical y diagonal sumen 64.
- h) Anotar en cada casilla una cifra del 1 al 4, repitiéndolas cuatro veces, de modo que cada horizontal, vertical y diagonal sumen 10.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 44

EL MELÓN.

Un melón de agua que pesa 20 kg. está formado por un 99% de agua.



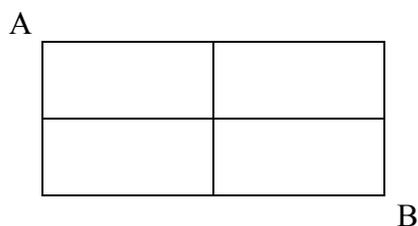
Después de darle el sol todo el día, parte del agua se evapora y se queda con el 98 % de agua.

¿Cuánto pesará el melón después de la evaporación?

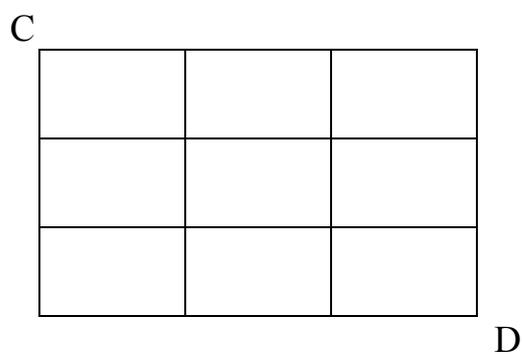
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 45

CAMINOS.

Entre los vértices A y B podemos desplazarnos, sin retroceder, de 6 maneras diferentes, a las que llamaremos caminos.



Podrías averiguar el número de caminos distintos que se pueden realizar entre C y D.



Puedes proponer otros ejemplos.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 46

LLAMAN A LA PUERTA.

$$\mathbf{TOC \times TOC = ENTRE}$$

Cada letra representa una cifra. ¿Cuál ha de ser la de cada una de ellas para que se cumpla la condición?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 47

LOS MARIDOS CELOSOS.

Dos parejas de recién casados llegan a la orilla de un río que quieren cruzar, y para ello utilizan una barca en la que sólo pueden ir dos personas a la vez.

Teniendo en cuenta que los maridos son tan celosos que no quieren dejar a su mujer donde haya otro hombre, a menos que se encuentren ellos presentes, ¿cómo se las ingeniarán para cruzar el río?

Y si se tratara de tres parejas ¿cómo lo harían?

¿Y cuatro parejas?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 48

IDA Y VUELTA.

Un automóvil cubrió la distancia entre dos ciudades a una velocidad de 60 km./h. y el viaje de regreso a 40 km./h.

¿Cuál fue la velocidad media del recorrido?



¡Ojo, no es de 50 km/h!

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 49

INSCRIPCIÓN.

En una lápida funeraria del cementerio de Alencourt figura esta inscripción:

*Aquí reposan, un hijo,
una madre, una hija,
un padre, una
hermana, un hermano,
una esposa y un
marido, y sin embargo
son sólo tres en total.*

¿Puedes explicarlo?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 50

NÚMEROS CURIOSOS.

Los números 46 y 96 tienen una curiosa propiedad; su producto no se altera aunque las cifras que los componen cambien de lugar.

$$46 \times 96 = 64 \times 69$$

¿Podrías averiguar si existen otros con la misma propiedad?
¿Cuántos?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 51

PARTIR UN NÚMERO.

¿En qué dos partes debe dividirse un número para que su producto alcance el máximo valor posible?

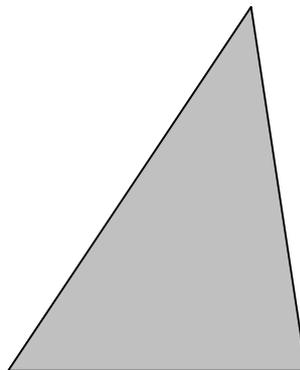


RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 52

EL CAMPO.

Un campo triangular está rodeado por tres campos cuadrados, teniendo cada uno de ellos un lado común con el triángulo.

Sabiendo que las superficies respectivas de los tres campos cuadrados son 505, 233 y 52 ha. ¿Cuál es la superficie del campo triangular?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

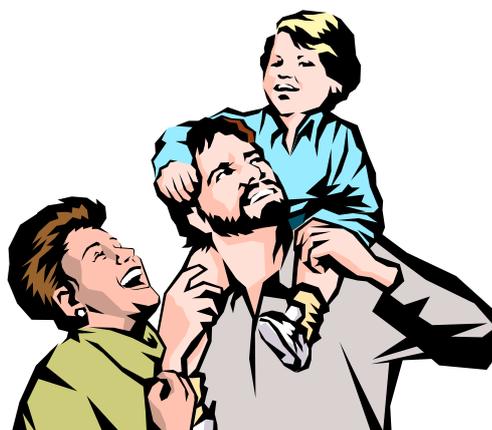
Propuesta n°. 53

EDADES.

La edad de Juan es $\frac{1}{6}$ la de su padre.

Sabemos que la edad de su padre dividida por 2, 3, 4, 6 y 8 da de resto 1, pero al dividirla por 5 el resto es 0.

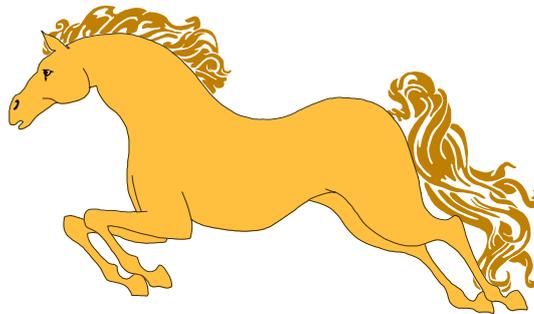
¿Qué edad tiene Juan?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 54

EL GRANJERO Y EL CABALLO.

Un granjero compró un caballo por 400.000 pts. y al cabo de algún tiempo después lo vendió por 500.000. Pasados unos días, volvió a comprarlo por 600.000 pts. y volvió a venderlo por 700.000 pts.



Mi duda es la siguiente:

¿Al final ganó o perdió dinero? ¿Cuánto?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 55

LOS SOLDADOS ROMANOS.

Este problema fue encontrado en un libro antiguo de matemáticas.

Dos soldados romanos se sientan juntos a comer, y, para ello, deciden compartir los víveres que cada uno posee, y que en concreto son dos barras de pan que aporta uno y tres barras que aporta el otro.

Antes de empezar a comer se aproxima un tercer soldado que les pide compartir con ellos su comida, ya que este último no posee ningún alimento. Los dos soldados poseedores del pan deciden dividir cada una de las cinco barras en tres partes iguales, de manera que todos coman la misma cantidad de ellas.

Una vez acabada la comida, el soldado invitado, en agradecimiento por su generosidad, les da cinco monedas para que estos se las repartan equitativamente.

¿Cómo han de hacerlo para que el reparto sea absolutamente justo?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 56

EL RESTAURANTE CHINO.

Alejandro, para celebrar su cumpleaños, nos ha invitado a unos cuantos amigos a comer en un restaurante chino.

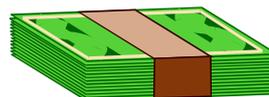
A la hora de poner la mesa, observo que cada dos amigos compartimos un plato de arroz, cada tres un plato de salsa y cada cuatro uno de carne. Sabiendo que en total nos sirvieron 65 platos, ¿cuántos invitados acudimos a la fiesta?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 57

POR 5.000 PESETAS.



Una señora compra unos zapatos que cuestan 3.000 pts. y paga con un billete de 5.000 pts. El vendedor que no tiene cambio, va a la carnicería de enfrente y cambia el billete por cinco de 1.000 pts. A su regreso devuelve 2.000 pts a la señora que, con sus zapatos adquiridos, se marcha.

Media hora después llega el carnicero a la zapatería diciendo que el billete de 5.000 pts que le había dado antes era falso. El vendedor se lo cambia por otro legal y el carnicero se marcha.

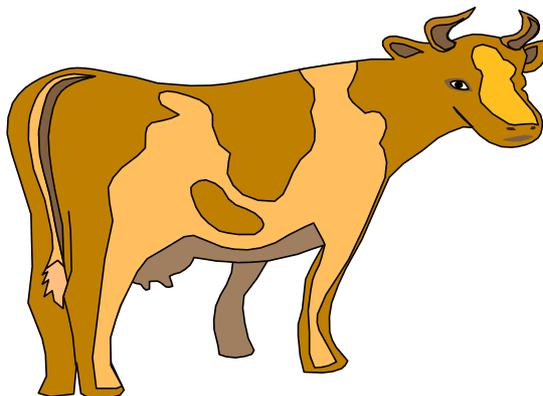
Con tanto lío ¿quién ha perdido dinero?, ¿cuánto?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 58

LAS VACAS.

Cuatro vacas negras y tres vacas marrones dan tanta leche en 5 días como tres vacas negras y cinco marrones en 4 días.

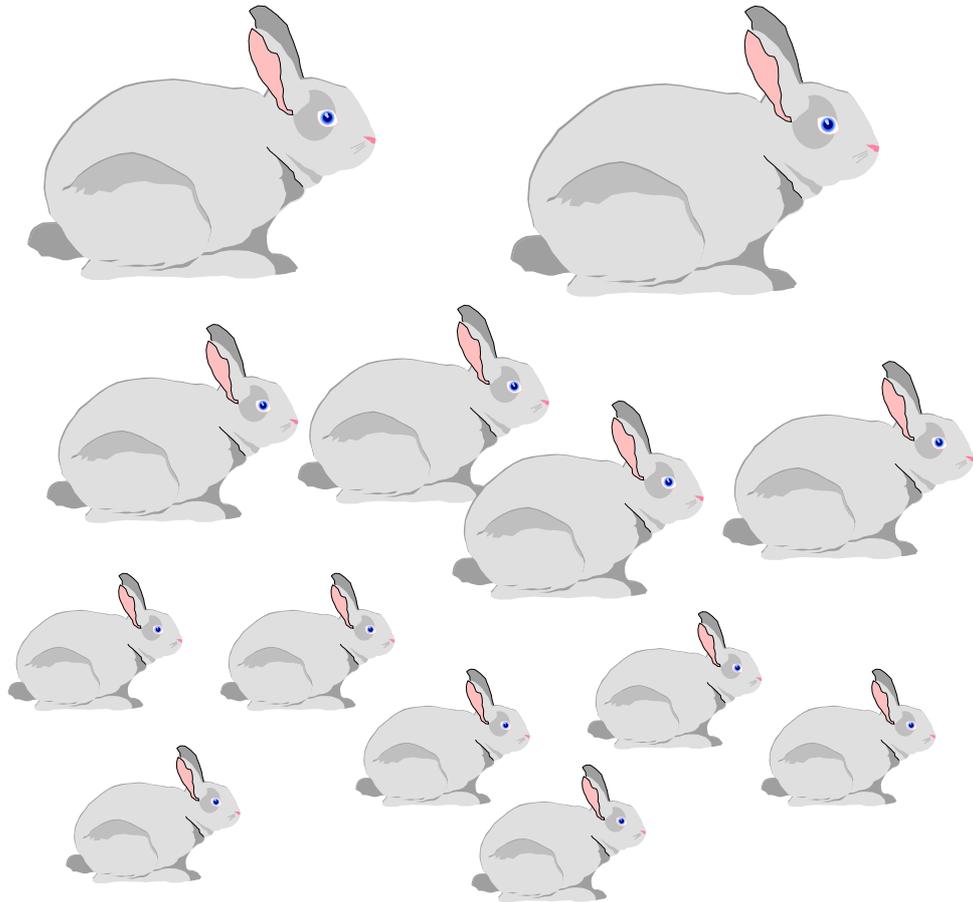
¿Qué clase de vaca es la que más leche aporta, la negra o la marrón?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 59

LOS CONEJOS.

¿Cuántas parejas de conejos se producirán en un año, partiendo de una pareja única, sabiendo que al mes cada pareja engendra otra pareja y que éstas son fértiles a partir del segundo mes?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 60

TRES MONEDAS.

Lanzamos al aire tres monedas, ¿cuántas posibilidades hay de sacar dos caras?, ¿y tres caras?

Y si lanzamos cuatro monedas ¿cuántas posibilidades hay de sacar dos caras?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 61

LOS INTERMEDIARIOS.

Un producto de importación pasa por cinco intermediarios, cada uno de ellos lo vende añadiendo un 10 % al precio que paga por él.

¿En qué porcentaje se verá incrementado el precio final cuando llegue al consumidor?

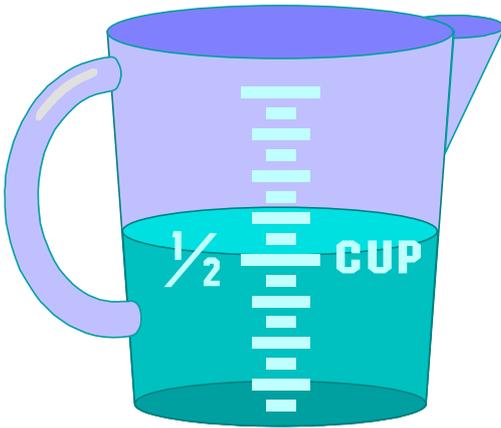


RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 62

MIDIENDO EL AGUA.

Juan quiere medir 6 litros de agua sirviéndose de dos bidones, uno de nueve litros y otro de cuatro litros.

¿Cómo lo consiguió?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 63

¿QUIERES MIL PESETAS?

Una persona te dice:

Te daré mil pesetas si tú eres capaz de darme quinientas en diez monedas. Las monedas han de ser de 10, 25 y 50 pts solamente, y hay que incluir por lo menos una de cada clase.

¿Tú aceptarías?

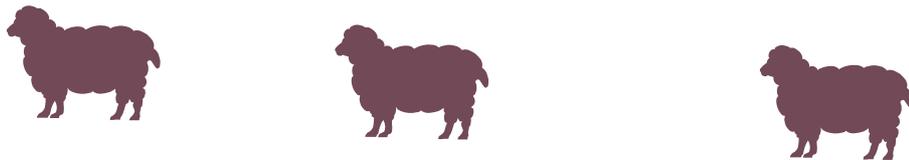


RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 64

EL REBAÑO DE OVEJAS.

Un granjero ha conseguido tener un rebaño de ovejas bastante numeroso.

Como es un aficionado a los números, observa que si las cuenta de dos en dos le sobra una. Igual le ocurre cuando las cuenta de tres en tres, de cuatro en cuatro, de cinco en cinco, ... y así hasta de diez en diez.



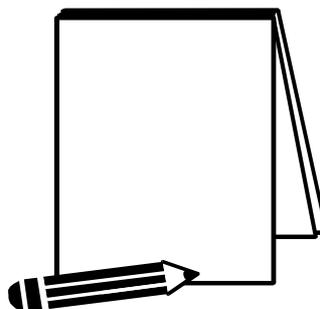
¿Cuál es el número de ovejas que tiene?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 65

EL CUADERNO.

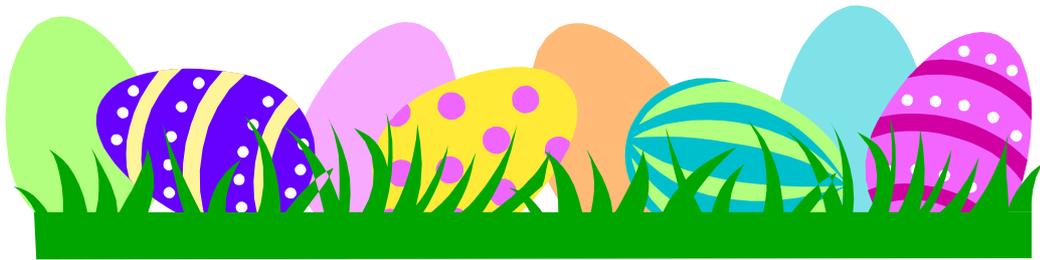
He comprado un cuaderno que me ha costado 118 pts. y lo he pagado con monedas de duro y de peseta. Sabiendo que el total de monedas entregadas ha sido de 54 ¿cuántas he dado de cada clase?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 66

LA CESTA DE HUEVOS.

En una cesta hay 81 huevos y el número de huevos malos que contiene es la mitad de los huevos buenos.



¿Qué cantidad de huevos de cada clase hay en la cesta?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 67

TRES OBREROS.

Tres obreros se encargan de cavar una zanja. El primero podría realizar el trabajo sólo en 10 días. El segundo en 8 días y el tercero en 6 días.

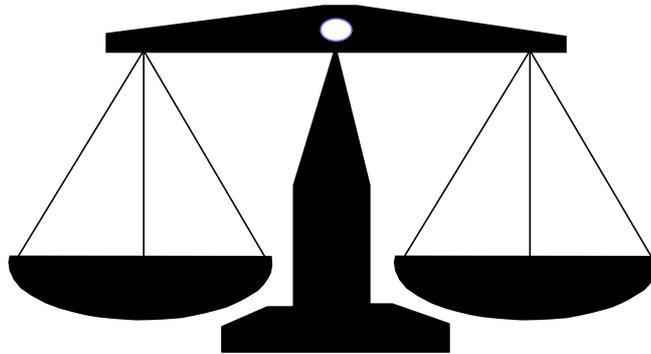
Si se pusieran a trabajar los tres juntos ¿en cuántos días lo realizarían?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 68

LAS PESADAS.

Con una balanza de dos platos, como la del dibujo, y con sólo dos pesadas, queremos averiguar entre 8 pelotas cuál es la que pesa un poco más que las demás.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 69

EL PADRE, EL HIJO Y EL CABALLO.

Un padre y un hijo han de recorrer una distancia de 50 km. Para ello cuentan con un caballo que puede viajar a 10 Km. por hora, pero no puede llevar a más de una persona. El padre camina regularmente a 5 Km./h. y el hijo a 8 km./h. Alternadamente caminan y cabalgan. Cada uno, tras cabalgar un rato, ata el caballo a un árbol para que el otro lo pueda recoger y él continúa el camino a pie. De esta forma llegan al mismo tiempo a la mitad del camino, y allí, juntos, reposan durante media hora, repitiendo a continuación el mismo sistema hasta llegar simultáneamente al final del camino.

Sabiendo que el padre y el hijo comenzaron el camino juntos a las 6 de la mañana, ¿a qué hora llegaron a su destino?

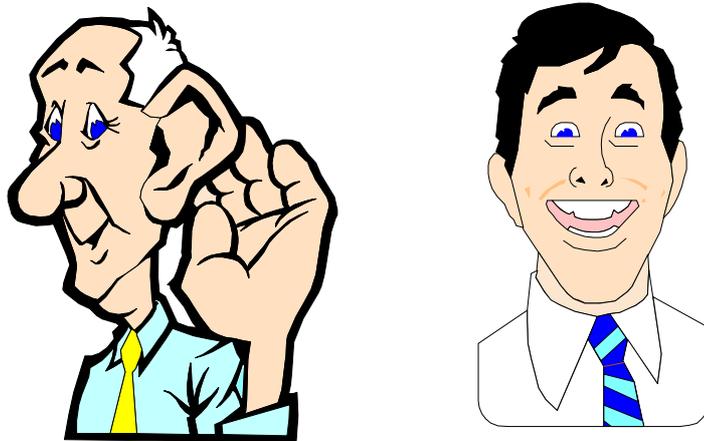


RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 70

EL JOVEN Y EL VIEJO.

Dos empleados de una tienda, uno joven y otro viejo, comparten un piso. El joven va desde su casa al trabajo en 20 minutos mientras que el viejo hace ese mismo recorrido en 30 minutos.

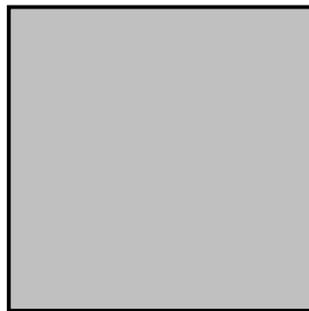
En un día normal de los que van al trabajo, ¿cuánto tiempo tardará el joven en alcanzar al viejo, que camina a su paso normal, si el viejo ha salido 5 minutos antes que el joven?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 71

DOS CUADRADOS.

Dado un cuadrado, construir otro cuya área sea el doble que la del anterior.



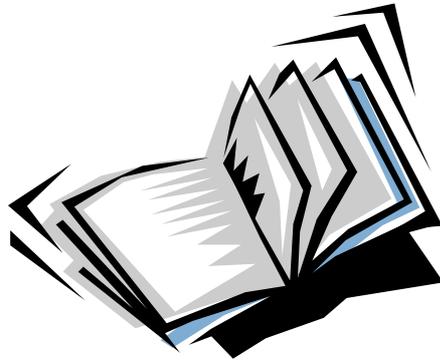
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 72

LAS PÁGINAS DEL LIBRO.

Las páginas de un libro están numeradas a partir de la 1. Sabiendo que la máquina que las ha numerado indica que se han utilizado en total 402 dígitos o cifras, ¿cuántas páginas tiene el libro?

¿Cuál es el dígito más utilizado?

¿Cuántas veces se ha utilizado ese dígito?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 73

LA JARRA DE MIEL.

Una jarra llena de miel pesa 500 gramos. Esta misma jarra llena de alcohol pesa 350 gramos.

Si el alcohol pesa la mitad que la miel, ¿cuánto pesa la jarra?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 74

TRES CIFRAS.

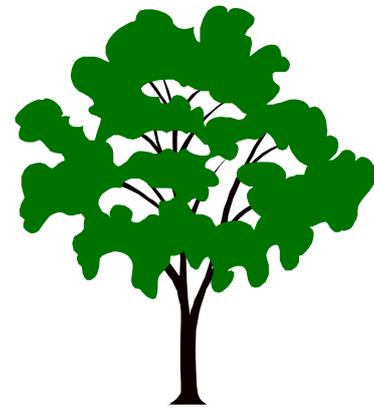
¿Cuál es el número de tres cifras que cumple la condición de que el producto de dichas cifras es igual a su suma?

$$\mathbf{a + b + c = a \times b \times c}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 75

EL ÁRBOL.

¿Qué altura tiene un árbol que es 2 metros más corto que un poste de altura triple que la del árbol?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 76

NÚMEROS PERFECTOS.

Se denomina número perfecto a aquel número que es igual a la suma de sus divisores, exceptuando lógicamente el propio número.

Ej: $6 = 1 + 2 + 3$

Por lo tanto el número 6 es perfecto, ya que la suma de sus divisores también da 6.

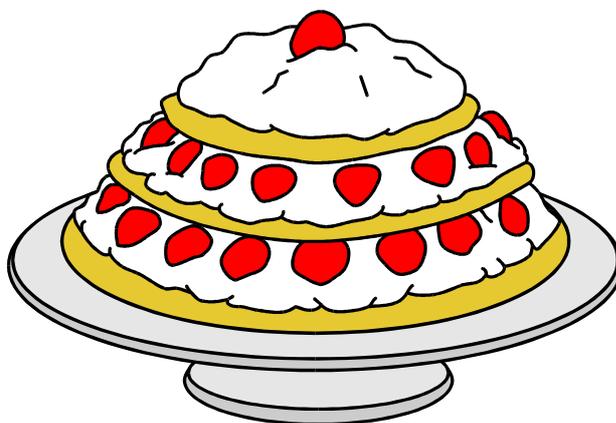
¿Podrías encontrar otros números perfectos?

¿Cuántos?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 77

LA TARTA.

La crema de una tarta supone el 25 % de la tarta. ¿En qué porcentaje hemos de reducir la crema para que esta constituya sólo el 20 % de la tarta?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 78

NÚMEROS AMIGOS.

Dos números son amigos cuando la suma de los divisores de uno es igual al otro y viceversa.

Ej: **220 y 284** son amigos

Divisores de 220: 110, 55, 44, 22, 20, 11, 10, 5, 4, 2 y 1

Los sumamos $110 + 55 + 44 + 22 + 11 + 10 + 5 + 4 + 2 + 1 = 284$

Divisores de 284: 142, 71, 4, 2 y 1

Su suma $142 + 71 + 4 + 2 + 1 = 220$

¿Podrías encontrar otras parejas de números amigos?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 79

EL NÚMERO 6.

Una forma de obtener el número 6 es sumando tres doses, es decir

$$2 + 2 + 2 = 6$$

pero ¿podrías obtener el 6 con otros tres números iguales y los signos que consideres?

$$3 \ 3 \ 3 = 6$$

$$4 \ 4 \ 4 = 6$$

$$5 \ 5 \ 5 = 6$$

$$6 \ 6 \ 6 = 6$$

$$7 \ 7 \ 7 = 6$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 80

EL CARACOL.

Un caracol sube por una tapia que mide 11 metros de altura a razón de 2 metros durante el día y resbala 1 metro (cuando duerme) durante la noche. ¿Cuántos días tardará en subir por un lado y descender por el opuesto, suponiendo que el esfuerzo que realiza durante el día, es siempre el mismo (noche = día, es decir 12 horas trabajando y 12 horas reposando).

(Hipotéticamente, la cima de la tapia es fina, como el filo de un cuchillo, por lo que el caracol no puede quedar parado en ella).



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta nº. 81

LA CADENA.

Tengo 6 trozos de cadena, cada uno de 4 eslabones, y quiero hacer con todos ellos una única cadena. El joyero me cobra 50 pts por soldar un eslabón y 10 pts. por cortarlo. ¿Cuál será el menor precio que podré pagar por unir la cadena?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 82

EL EXPLORADOR.

¿Cuántos portadores necesitará un explorador para hacer un viaje de 6 días a través del desierto, si cada persona puede llevar alimentos y bebida para abastecerse durante 4 días?

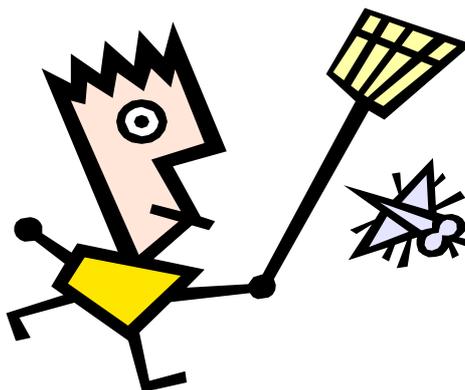


RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 83

LA EXCURSIÓN.

a). Los treinta alumnos de una clase van a realizar una excursión cuyo precio final es una cantidad fija.

Una semana antes de la salida se han borrado cinco alumnos, ¿en qué porcentaje se incrementa lo que paga cada uno?



b). En otra clase, también de treinta estudiantes, no sólo no se borra nadie, sino que se han apuntado tres más.

Considerando que también en este caso el precio establecido del total del viaje es fijo, ¿qué porcentaje se ahorrará de su precio cada uno de los asistentes?

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n.º 84

TAKAS Y TIKIS.

La maravillosa isla de Sinó está poblada por dos tribus, los TAKAS que siempre mienten y los TIKIS que por el contrario, siempre dicen la verdad.

Un explorador que viajaba por la isla se encontró a tres indígenas y les preguntó a qué tribu pertenecían.

El primer indígena contestó tan bajo que el explorador no oyó.

El segundo dijo señalando al primero. “ha dicho que es TAKA”.

El tercero interpeló al segundo diciendo: "¡tú eres un mentiroso!"

¿De qué raza es el tercer indígena?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 85

EL MAYOR PRODUCTO.

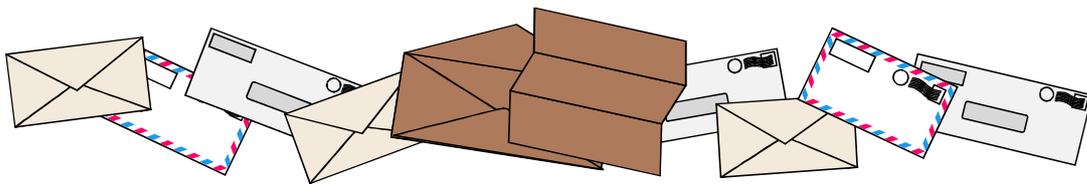
Con las cifras 1, 2, 3, 4, 5 y 6 escribe dos números de tres cifras cada uno cuyo producto sea lo mayor posible. Hay que usarlas todas.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n.º 86

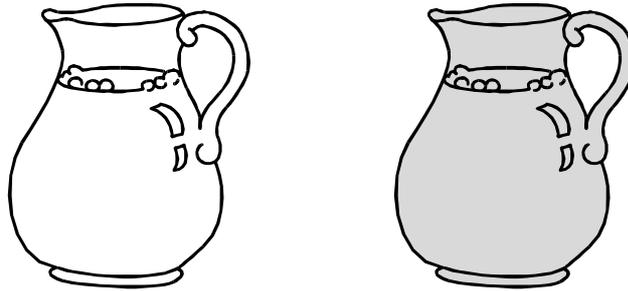
EL SORTEO.

Estoy a punto de mandar 10 cartas a un concurso. Suponiendo que en cada sorteo semanal se elegirá una sola carta de entre mil, ¿qué me conviene más: mandar todas la misma semana, cada una en semana distinta o qué?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 87**EL AGUA Y EL VINO.**

Dos jarras contienen un litro de agua y un litro de vino, respectivamente. Sacamos una cucharada de vino de la jarra de vino y la volcamos en la jarra de agua. Después de revolver la mezcla, con la misma cuchara sacamos una cucharada de mezcla y la volcamos en la jarra de vino. Es decir, que ahora las jarras tienen de nuevo un litro cada una de agua con vino y de vino con agua, respectivamente. En este punto: ¿qué hay más ¿agua en la jarra de vino o vino en la jarra de agua?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 88

¡QUÉ NÚMERO!

Encontrar el menor número que dividido entre 2 dé de resto 1, dividido entre 3 dé de resto 2, dividido entre 4 dé de resto 3, dividido entre 5 dé de resto 4, dividido entre 6 dé de resto 5, dividido entre 7 dé de resto 6, dividido entre 8 dé de resto 7, y dividido entre 9 dé de resto 8.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 89

ENAMORADOS.

En un grupo de tres chicos y tres chicas cada uno está enamorado de una persona del sexo opuesto.

¿Qué posibilidad hay de que uno sea correspondido?

¿Y dos?

¿Y todos?

¿Y si fueran seis chicos y seis chicas?

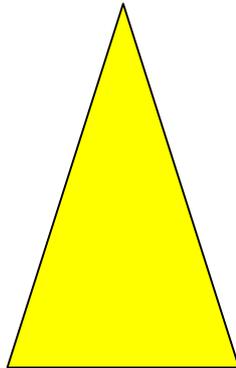


RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 91

EL TRIÁNGULO.

Tenemos un triángulo cuyos lados son números enteros consecutivos y uno de los ángulos es el doble que el otro.

Calcular los lados y ángulos de dicho triángulo.



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 92

MÚSICA MAESTRO.

Distinta letra, distinto dígito:

DO+RE+MI+FA+LA+SI=SOL



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 93

NÚMEROS CURIOSOS.

Fíjate en los siguiente números:

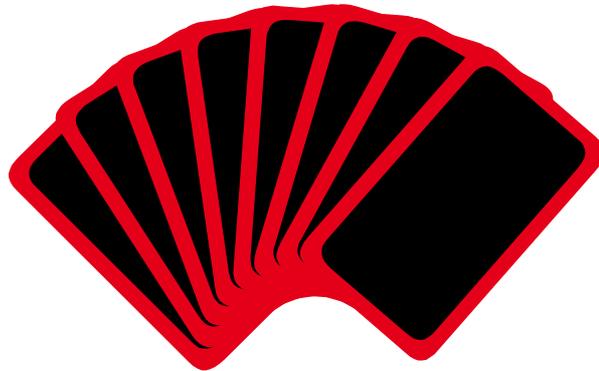
$$12^2=144 \quad 21^2=441 \quad \text{y} \quad 13^2=169 \quad 31^2=961.$$

Encuentra otros números de dos cifras que cumplan la misma propiedad.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 94

LA BARAJA.

Tenemos una baraja de 48 cartas (4 palos de 12 cartas) ¿cuántas he de levantar para estar seguro de tener 7 del mismo palo?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta nº. 95

EL DÍA DE REYES.

Cada letra una cifra



SEIS + DE + ENERO = REYES

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 96

LA CENA DE NOCHEVIEJA.

Ocho personas se reunieron para la cena de Nochevieja el 31 de diciembre de 1999. Mientras se ponían de acuerdo sobre el lugar que ocuparía cada uno, alguien sugirió:

- "Sentémonos tal como estamos ahora y, para que nadie se queje, cada Nochevieja cambiaremos de lugar y nos sentaremos en un sitio distinto hasta haber agotado todas las combinaciones posibles".

Si hubieran aceptado la sugerencia, ¿en qué fecha celebrarían su última cena?



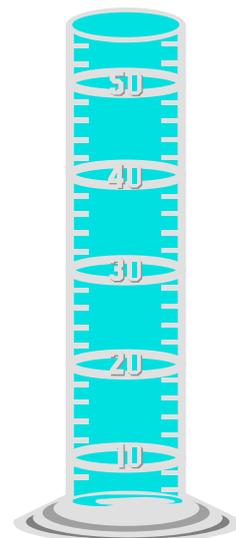
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Propuesta n°. 97

EL AGUA Y EL HIELO.

En un recipiente lleno de agua hasta el borde, flota un cubito de hielo de 10 gramos.

Sabiendo que la densidad de agua es 1 y la del hielo 0,9 (lo que quiere decir que el litro de agua pesa un kg. mientras el litro de hielo pesa 900 gramos), ¿cuánta agua se derramará al disolverse el cubito de hielo?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 98

LOS NÚMEROS.

El producto de cuatro números enteros consecutivos es 3.024.
¿Cuáles son estos números?

$$\mathbf{a \times b \times c \times d = 3024}$$

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 99

LA EDAD.

¿Qué edad tendrá una persona en el año 2.000 sabiendo que esa edad será igual a la suma de las cuatro cifras de su año de nacimiento?



RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Propuesta n°. 100

PIO NIRO.

En una lápida podía leerse esta inscripción:

**AQUÍ YACE PIO NIRO,
MUERTO EN 1.971,
VIVIÓ TANTOS AÑOS
COMO LA SUMA DE LAS
CIFRAS DEL AÑO DE SU
NACIMIENTO**

¿A qué edad murió?

BIBLIOGRAFÍA

- ALEM, J.P. (1984) - Juegos de ingenio y entretenimiento matemático. Editorial Gedisa S.A. - Barcelona
- BAILLIF, J.C. (1987) - Los rompecabezas lógicos de Baillif. Editorial Reverté S.A. – Barcelona
- BOLT, B. (1988) - Divertimentos matemáticos. Editorial Labor S.A.- Barcelona.
- BOLT, B. (1989) - Actividades matemáticas. Editorial Labor S.A.- Barcelona.
- BOLT, B. (1989) - Aún más actividades matemáticas. Editorial Labor S.A.- Barcelona.
- BOLT, B. (1989) - Más actividades matemáticas. Editorial Labor S.A.- Barcelona.
- BOLT, B. (1991) - 101 proyectos matemáticos. Editorial Labor S.A.- Barcelona.
- CORBALAN, F. y GAIRIN, J.M. (1986). -Problemas a mí. 3 volúmenes. Editorial Edinumen. - Alcalá de Henares
- FABRETTI, C. (1999) - El libro del genio matemático. Ediciones Martínez Roca S.A. - Barcelona
- GADNER, M. (1983) – Circo matemático. Alianza Editorial S.A. – Madrid.
- GADNER, M. (1983) – Paradojas ¡Ajá!. Editorial Labor S.A. – Barcelona
- GADNER, M. (1984) – Festival mágico-matemático. Alianza Editorial S.A. – Madrid.
- GUZMÁN, M. de (1988) – Aventuras matemáticas. Editorial Labor S.A. – Barcelona
- HOLT, M. (1988) - Matemáticas recreativas 2. Ediciones Martínez Roca S.A. - Barcelona
- HOLT, M. (1988) - Matemáticas recreativas 3. Ediciones Martínez Roca S.A. - Barcelona
- MATAIX, M. (1981) – Cajón de sastre matemático. Marcombo Editores – Barcelona
- MATAIX, M. (1988) – Divertimentos lógico-matemáticos. Marcombo Editores – Barcelona
- MATAIX, M. (1988) – El discreto encanto de las matemáticas. Marcombo Editores – Barcelona

- MORA, J. A. /1994) - Calculadoras II. Proyecto Sur de Ediciones S.A.L.
- Granada
- PERELMÁN, Ya. J.(1975) - Matemáticas recreativas. Ediciones
Martínez Roca S.A. - Barcelona
- PERELMÁN, Ya. J.(1975) -Problemas y experimentos recreativos.
Editorial Mir. - Moscú
- SMULLYAN, R. (1.991) - ¿Cómo se llama este libro? Ediciones
Cátedra – Madrid
- FISCHER, R. Y V.A. (1990) – Investigando las matemáticas . 4
volúmenes. Ediciones Akal S.A. – Madrid
- CALABRIA, M. (1990) – Juegos matemáticos. Ediciones Akal –
Madrid
- RODRÍGUEZ, R. (1983) – Diversiones matemáticas. Editorial Reverté
S.A. – Barcelona